

文章编号: 1005-9865(2002)01-0075-05

对称式布置锚链系统的线性化处理

陈徐均¹, 崔维成¹, 沈庆²

(1. 上海交通大学 船舶与海洋工程学院, 上海 200030; 2. 解放军理工大学 工程兵工程学院, 江苏 南京 210007)

摘要: 用悬链线方程求解了不同锚链状态的锚链力, 并用多项式回归了锚链力与锚固点位移的关系, 由此求得锚链恢复力刚度系数。分析了对称式布置锚链系统的非线性程度, 阐述对称式布置锚链系统所提供的恢复力作线性化处理的可行性及方法, 并给出了对称布置锚链系统的线性刚度矩阵。为各类受对称式布置锚链系统约束的浮动结构物的动力分析提供了理论依据。

关键词: 对称; 锚链系统; 非线性; 线性

中图分类号: O353 **文献标识码:** A

Linearization for symmetrically collocated mooring system

CHEN Xu-jun¹, CUI Wei-cheng¹, SHEN Qing²

(1. School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China; 2. Engineering Inst. of Engineering Corps. of P. L. A Univ. of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract: Mooring forces of different chain posture are obtained from catenary equations. Relationships of mooring forces and displacements of the attachment point are closed in upon multinomial. The rigid coefficients of the restoring mooring forces are obtained from the relationships. The nonlinear extent of the symmetrically collocated mooring systems is analyzed. The feasibility and the method of the linearization for symmetrically collocated mooring system are studied. The linear matrix of rigidity of the symmetrically collocated mooring system is presented. The method presented in the paper can be used in the dynamic analysis of the floating structures restricted by the symmetrically collocated mooring system.

Key words: symmetry; mooring system; non-linear; linear

近年来,随着对海上岛屿和资源开发利用的需要,海上浮桥、浮栈、浮游码头及海上作业平台的应用日益增多,极大型浮动结构也成了研究热点。所有这些海上浮游结构物的海上定位主要是靠锚链的约束。由于锚链的几何非线性,导致其对受系泊浮体作用力的非线性。对于固定的锚链形状,其所能提供的锚链力是容易求出的。然而对于海上随波浪作摇荡运动的浮体,锚链所能提供的非线性锚链力却不那么容易求解,因为锚链的约束限制了浮体的运动,而浮体的运动又导致锚链力的非线性变化。这种耦合关系导致了问题的复杂。同时也使得这类锚泊浮体的耐波性和水弹性分析必须在时域内求解,利用多项式回归方法获得了锚链恢复力与锚固点位移相关关系的多项式表达式,得出特定对称式布置锚链系统所提供的锚链恢复力不具有明显非线性特征的结论,可作线性化处理,并推导了线性恢复力刚度矩阵,为类似问题的简化处理提供了理论依据。

收稿日期: 2001-05-18

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(50039010)

作者简介: 陈徐均(1972-),男,江苏南通人,博士,讲师,主要从事船舶与海洋工程。

1 锚链恢复力的非线性特性

浮动平台的锚链系统一般由多根锚链组成,作用在锚链上的力有水动力、重力和张力等,具有明显的非线性特征,为简化计算,在设计阶段忽略水动力的作用是可行的。于是锚链力可由悬链线理论得到。

有一定卧链长度的锚链对平台的作用力可由下式得到^[1]:

$$\begin{cases} \cosh B - 1 = h(\sinh B - B)/(L - X_0) \\ B = X_c/a \\ T_h = W(L - X_0)/(\sinh B - B) \\ T_v = T_h \sinh B \end{cases} \quad (1)$$

当无卧链长度时锚链对平台的作用力则由下式可求:

$$\begin{cases} b^2(L^2 - h^2) = 2X_0^2(\cosh b - 1) \\ b = X_0/a \\ T_h = aW \\ T_v = WL + T_h(k^2 - 1)/2k \\ k = a(1 - e^{-b})/(L - h) \end{cases} \quad (2)$$

式中: L 、 W 、 X_0 、 h 分别为锚链长、锚链单位长重量、投锚距离和锚固点到海底的距离, T_h 、 T_v 分别为锚链力的水平和竖直分量,锚链参数 $a = T_h/w$, w 为水中锚链单位长重量。

根据以上理论,对两种链径的锚链所提供的锚链力进行了计算。图 1 为韩国某浮式防波堤所用锚链^[2] ($L = 145.3 \text{ m}$, $W = 200 \text{ kgf/m}$, $h = 27 \text{ m}$, 下称 a 种锚链)的锚链力与锚固点水平位移的关系。图 2 为美国设计的某极大型浮动结构所用的锚链^[3] ($L = 350 \text{ m}$, $W = 332 \text{ kgf/m}$, $h = 50 \text{ m}$, 下称 b 种锚链)的锚链力与锚固点水平位移的关系。由图中可以看出,不管锚链的预张力大小(图中横坐标任意点对应的纵坐标均可视为预张力)如何,锚固点的水平位移均会引起锚链力的非线性变化,预张力越大,其非线性也越明显。另外,计算也表明,锚固点的竖直位移也会引起锚链力的非线性变化,但非线性程度较弱。后续分析表明,对于一般工程用锚链可认为锚链力随锚固点竖直位移线性变化。

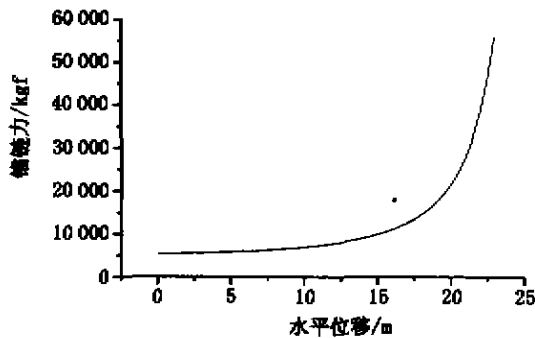


图 1 韩国某浮式防波堤用锚链(锚链 a)
Fig.1 Chain of a Korean breakwater (chain a)

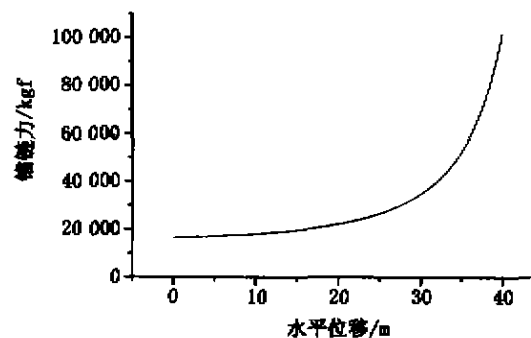


图 2 美国某极大型浮动结构用的锚链(锚链 b)
Fig.2 Chain of an American VLFS (chain b)

2 非线性锚链力的多项式回归

一般系泊浮体由于受到锚链力的作用,其运动幅度均较小,即锚固点的位移不会很大,所以可以在一个较小的邻域内用多项式来描述锚链力与锚固点位移 x 之间的关系:

$$y = k_0 + k_1x + k_2x^2 + \dots + k_nx^n + \dots \quad (3)$$

式中: y 表示锚链力, x 表示锚固点位移。可以预见,拟合幂次越高,其效果越好。但另一方面,幂次越高,计算工作量也越大。经分析,无论是水平力还是竖直力,五次幂多项式回归已有很好的效果。取六次幂对上述两种锚链的锚链力及其分量进行回归。图 3 为 a 、 b 两种锚链在预张力分别为 $6\,900 \text{ kgf}$ 和 $50\,106 \text{ kgf}$ 时的锚固点水平位移引起的锚链力及其分量的变化,图 4 为 a 、 b 两种锚链在相同预张力下锚固点竖直位移引起的

锚链力及其分量的变化。对图 3 和图 4 中 12 根曲线进行回归得多项式中各系数如表 1。

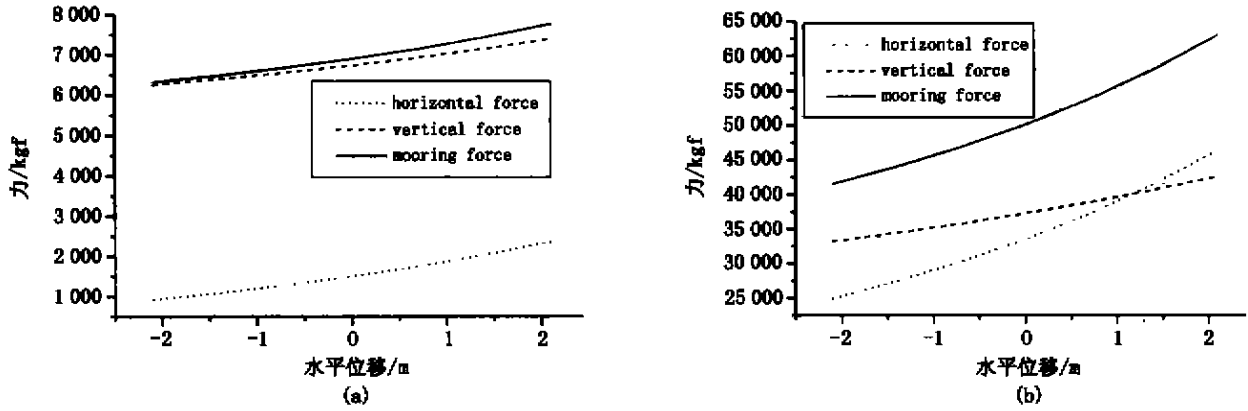


图 3 锚固点水平位移引起的力的变化

Fig.3 Variations of mooring forces induced by the horizontal displacement of the moorage point

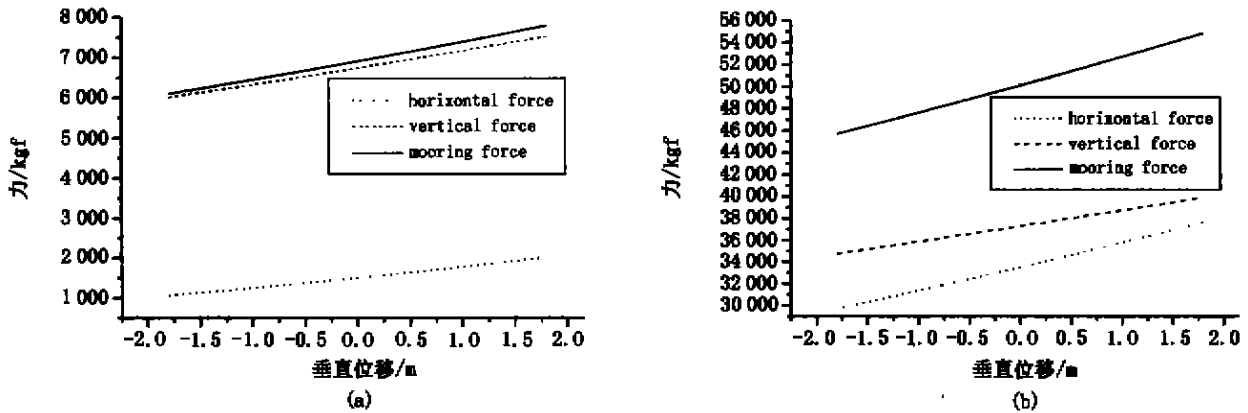


图 4 锚固点竖直位移引起的力的变化

Fig.4 Variations of mooring forces induced by the vertical displacement of the moorage point

表 1 多项式回归后的系数

Tab.1 Coefficients of the polynomials

	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6		k_0	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6
T_{1h}^a	1 500	331	31.3	2.36	0.12	0.01	0.01	T_{1h}^b	33 505	4 943	481	41.0	3.01	0.29	0.06
T_{2h}^a	6 735	266	20.0	1.11	0.02	0.00	0.01	T_{2h}^b	37 256	2 203	149	9.43	0.43	0.05	0.03
T_{1v}^a	6 900	331	31.4	2.36	0.07	0.01	0.01	T_{1v}^b	50 106	4 943	481	41.0	2.98	0.29	0.07
T_{2v}^a	1 500	266	12.6	0.18	0.04	0.00	0.00	T_{2v}^b	33 505	2 201	48.0	0.92	-1.5	-0.1	0.03
T_{1h}^c	6 735	418	7.95	0.05	0.05	0.00	0.00	T_{1h}^d	37 256	1 427	15.6	0.39	-1.0	-0.1	0.20
T_{2h}^c	6 900	466	12.5	0.21	0.06	0.00	0.00	T_{2h}^d	50 106	2 533	48.3	1.01	-1.8	-0.1	0.35

由表 1 中数据可见, 锚链力随锚固点竖直位移只显弱非线性变化($k_n \ll k_1, n \geq 2$), 可考虑为线性, 线性刚度为 k_1 。而锚链力随锚固点水平位移显较明显非线性变化(不具 $k_n \ll k_1, n \geq 2$)。

3 双链系统所提供的锚链恢复力

假定浮体受图 5 所示对称双链系统约束, 当浮体有一水平位移 x 时, 双链系统间提供下式所示的锚链恢复力:

$$\Delta(T_1 + T_2) = 2k_1 x + 2k_3 x^3 + 2k_5 x^5 \quad (4)$$

由表 1 中的数据可见, 对于两种锚链的锚链力及其分量均具有 $k_n \ll k_1, n \geq 3$, 即对称双链系统所提供的锚链恢复力也只具有弱非线性, 在工

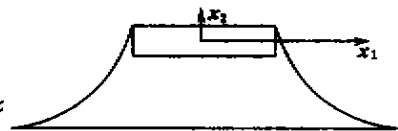


图 5 对称式布置双链系统
 Fig.5 Two mooring chains are symmetrically collocated

程中可考虑为线性, 线性刚度为 $2k_1$ 。

假定单链所在坐标系 $ox_1x_2x_3$ 的 ox_3 轴与随体坐标系 $Oxyz$ 的 Oz 轴同向, ox_1 轴与 Ox 轴的夹角为 β_j , 下标 j 为单链编号。由于锚固点在垂直悬链所在平面的位移只会引起 β_j 的微小变化, 可认为锚固点的位移不会引起悬链坐标系方向的变化, 即锚链不提供垂直悬链所在平面的恢复力 ($k_{21} = k_{22} = k_{23} = 0$)。对于刚体, 两锚固点的水平位移具有严格的反对称性, 对于弹性体, 两锚固点的水平位移不具有反对称性, 但作为一种近似, 本文对锚链分析时, 仍认为两锚固点的水平位移具有反对称性。若第 j 根单链的锚固点位移为 $\{x\}_j = \{\Delta x'_1, \Delta x'_2, \Delta x'_3\}^T$, 令双链的锚固点水平位移引起的锚链恢复力有如下关系:

$$\begin{Bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ f_{31} \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} k_{11} \\ 0 \\ k_{31} \end{bmatrix}_i \Delta x_1^{i+} \quad (5)$$

式中: i 为双链编号, 上标 i_+ 表示双链中方向与随体坐标系 Ox 轴正向相对反向 ($90^\circ \leq \beta_{i_+} \leq 270^\circ$) 的那根单链。对于给定预张力和锚链参数的双链, 式(5)中的刚度系数可通过对单链的多项式回归获得。若回归后的数据如表 1, 则 k_{11} 等于 2 倍的 331 (第 T_{11}^a 行, 第 k_1 列), k_{31} 等于 2 倍的 266 (第 T_{11}^a 行, 第 k_1 列)。同样令各锚固点竖直位移与其引起的锚链恢复力有如下关系:

$$\begin{Bmatrix} f_{12} \\ f_{22} \\ f_{32} \end{Bmatrix}_j = \begin{bmatrix} k_{13} \\ 0 \\ k_{33} \end{bmatrix}_j \Delta x_3^j \quad (6)$$

式中: j 为单链编号。对于给定预张力和锚链参数的单链, 式(6)刚度矩阵中的各元素亦可通过以上的多项式回归法获得。若回归后的数据如表 1, 则 k_{13} 等于 266 (第 T_{11}^a 行, 第 k_1 列), k_{33} 等于 418 (第 T_{11}^a 行, 第 k_1 列)。

于是可得双链系统的锚链恢复力为:

$$\{F_i\} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} k_{11} \\ 0 \\ k_{31} \end{bmatrix}_i \Delta x_1^{i+} + \sum_{j=i_+, i_-} \begin{bmatrix} k_{13} \\ 0 \\ k_{33} \end{bmatrix}_j \Delta x_3^j \quad (7)$$

4 应用分析

以浮体的水弹性分析为例, 设第 j 根单链的锚固点位移可表示为:

$$\{x\}_j = [t]_j \vec{u}^{(1)} = [t]_j \sum_{k=1}^m \vec{u}_k^0(x'_j, y'_j, z'_j) p_k(t) \quad (8)$$

式中: $[t]_j$ 为单链坐标系与平衡坐标系间的坐标转换矩阵, 可表示为:

$$[t]_j = \begin{bmatrix} \cos\beta_j & \sin\beta_j & 0 \\ -\sin\beta_j & \cos\beta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式(8)中 (x'_j, y'_j, z'_j) 为浮动结构上第 j 个锚固点坐标, $\vec{u}_k^0(x'_j, y'_j, z'_j)$ 和 $p_k(t)$ 分别为第 j 个锚固点的第 k 阶位移振型^[4]和浮动结构水弹性振动的第 k 阶主坐标。

平衡坐标系中对称式布置的锚链系统提供的锚链恢复力的第 r 阶分量为:

$$\Delta_r(t) = \sum_{j=1}^J [\vec{u}_r^0(x'_j, y'_j, z'_j)]^T [t]_j^T [k]_j [t]_j \sum_{k=1}^m \vec{u}_k^0(x'_j, y'_j, z'_j) p_k(t) = \sum_{k=1}^m [Cm_{rk} p_k(t)] \quad (10)$$

式中: J 为锚链总根数, Cm_{rk} 为锚链恢复力刚度矩阵的元素, 可表示为:

$$Cm_{rk} = \sum_{j=1}^J \{ [\vec{u}_r^0(x'_j, y'_j, z'_j)]^T [t]_j^T [k]_j [t]_j \vec{u}_k^0(x'_j, y'_j, z'_j) \} \quad (11)$$

式中: $[k]_j$ 根据 j 取值的不同有如下形式:

$$[k]_j = \begin{cases} \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & k_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ k_{31} & 0 & k_{33} \end{bmatrix} & j = i_+ \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix} & j = i_- \end{cases} \quad (12)$$

求得了锚链系统的线性刚度矩阵后, 可直接加入自由浮体的水弹性运动方程, 建立受对称式布置锚链系统约束的浮体的水弹性运动方程如下:

$$[a + A]\{\dot{p}\} + [b + B]\{\ddot{p}\} + [c + C + C_m]\{p\} = \{E\} \quad (13)$$

式中: $[a]$ 、 $[b]$ 、 $[c]$ 分别为浮体干结构的广义质量矩阵、广义阻尼矩阵和广义刚度矩阵, $[A]$ 、 $[B]$ 、 $[C]$ 分别为流体的广义附加质量矩阵、广义附加阻尼矩阵和广义静水恢复力矩阵, $\{p\}$ 为主坐标列阵, $\{E\}$ 为波浪激励力等外力列阵, $[C_m]$ 即为本文推导的线性锚链恢复力刚度矩阵。显然, (13) 式可在频域内求解。

5 结 语

在海上浮体动力响应分析中, 锚链力的处理是解决问题的关键之一。本文在忽略锚链与浮体运动间的动力耦合的前提下, 针对对称式布置锚链系统, 提出了一种将非线性锚链力问题化为线性问题来解的方法, 并论述了其可行性, 使得受非线性约束的浮体的动力问题同样可以在频域内求解, 大大简化了受对称式布置锚链系统约束的浮体的动力分析。

参考文献:

- [1] Miao Q M, Du S X, Dong S Y, et al. Hydrodynamic analysis of a moored very large floating structure[A]. Proceedings of the International Workshop on Very Large Floating Structures VLFS'96[C]. Hayama, Japan, 1996, 201-208.
- [2] Insik Chun. For the good time of floating breakwaters in Korea - a numerical and experimental study[A]. Proceedings of International Workshop on Floating Structures In Coastal Zone[C]. Hiroshima, Japan, 1994, 271-281.
- [3] Winkler R S, Seidl L H, Riggs H R, et al. The design and analysis of very large floating structures[R]. Vol. 1 - Design. Rep. No. UHMOE-90105, Dept. Of Ocean Engng., Univ. of Hawaii, 1990.
- [4] 陈徐均. 浮体二阶非线性水弹性力学分析方法[D]. 中国船舶科学研究中心博士论文, 2001.